

LISTA 1

CÁLCULO I

PROF. GUILHERME AUGUSTO PIANEZZER

FUNÇÕES

- Seja $f(x) = (x - 2)(8 - x)$ para $2 \leq x \leq 8$.
 - Determinar $f(5)$ e $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
 - Qual o domínio da função $f(x)$?
 - Determinar $f(1 - 2t)$ e indicar o domínio.
 - Determinar $f(f(3))$ e $f(f(5))$.
 - Traçar o gráfico de $f(x)$.
- Determinar o domínio das seguintes funções
 - $y = x - \frac{1}{x}$
 - $y = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$
- A Companhia Ace de aluguel de caminhões aluga certo modelo de caminhão a \$30 por dia e 15 centavos por milha, quanto a Companhia Acme de aluguel de caminhões aluga o mesmo modelo a \$25 por dia e 20 centavos por milha.
 - Determine o custo diário do aluguel de cada companhia em função do número de milhas percorridas.
 - Esboce os gráficos das duas funções no mesmo par de eixos coordenados.
 - De qual companhia um cliente deve alugar um caminhão por um dia se ele planeja percorrer no máximo 70 milhas e deseja fazê-lo ao menos custo possível?
- O número de veículos registrados (em milhões) em Massachusetts entre 1991 ($t = 0$) e 2003 ($t = 12$) é, aproximadamente, dado por:
$$N(t) = -0.0014t^2 + 0.027t - 0.008t + 4.1$$
 - Quantos eram os veículos registrados em Massachusetts em 1991?
 - Quantos eram os veículos registrados em Massachusetts em 2003?
- Construir os gráficos das funções de 1º grau. Dar o domínio e o conjunto imagem.
 - $y = kx$, com $k = 0,1e2$.
 - $y = x + b$, com $b = 0,1, -1$.
- Sabendo que $f(x)$ é uma função do 1º grau e que $f(-1) = 2$ e $f(2) = 3$, determine $f(x)$.
- A razão entre a população economicamente ativa e os idosos nos Estados Unidos (incluindo projeções após 2000) é dada por:
$$f(t) = \begin{cases} 4.1, & \text{se } 0 \leq t < 5 \\ -0.03t + 4.25, & \text{se } 5 \leq t < 15 \\ -0.075t + 4.925, & \text{se } 15 \leq t \leq 35 \end{cases}$$

Com $t = 0$ correspondendo ao início de 1995.

- A. Esboce o gráfico de f .
 - B. Qual era a razão no início de 2005? Qual será a razão no início de 2020?
 - C. Em quais anos a razão se manteve constante?
 - D. Em quais anos a razão diminuiu?
8. O proprietário de um iate que navega por 4.000 ilhas gregas cobra \$ 600 por pessoa por dia se exatamente 20 pessoas participarem do cruzeiro. Porém, se mais de 20 pessoas participarem (até a capacidade máxima de 90), então a tarifa é reduzida em \$ 4 para cada passageiro novo.
- A. Encontre uma função R para a receita por dia do cruzeiro.
 - B. Qual é a receita por dia se participam 60 passageiros?

RETAS E FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

1. Dada a equação $y = 4x - 3$, responda:
 - A. Se x cresce de 1 unidade, qual é a mudança correspondente em y ?
 - B. Se x decresce de 2 unidades, qual é a mudança correspondente em y ?
2. Encontre uma equação para a reta que passa pelo ponto $(-2, 2)$ e é paralela à reta $2x - 4y - 8 = 0$.
3. Dado que o ponto $P(2, -3)$ pertence à reta $-2x + ky + 10 = 0$, determine k .
4. Espera-se que a porcentagem de lares com serviço de TV digital, que era de 5% no início de 1999 ($t = 0$), cresça linearmente de modo a atingir, no início de 2003 ($t = 4$) o nível de 25%.
 - A. Obtenha uma equação do primeiro grau que determine este crescimento.
 - B. Represente graficamente a reta cuja equação foi obtida na parte A.
 - C. Usando a equação encontrada na parte A, encontre a porcentagem de lares com serviços de TV digital no início de 2001.

LIMITES

1. Encontrar:
 - A. $\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 3x + 5$
 - B. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+4}{3x-1}$
 - C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$
 - D. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{t^2-5t+6}{t-2}$
2. Sendo $h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x \neq 3 \\ 7, & x = 3 \end{cases}$, calcule $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$, justificando sua resposta. Esboce o gráfico de $h(x)$.

3. Seja $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, x < 0 \\ x^2, 0 \leq x < 1 \\ 2, x = 1 \\ 2-x, x > 1 \end{cases}$. Esboce o gráfico e calcule os limites

indicados abaixo:

A. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ C. $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$

D. $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ E. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ F. $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$

G. $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ H. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

4. Calcular os limites indicados:

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$

B. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$

C. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{25+3t}-5}{t}$

D. $\lim_{h \rightarrow 1} \frac{\sqrt{h}-1}{h-1}$

LIMITES NO INFINITO

1. Calcule os limites: (∞ = infinito!)

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^3 + 4x^2 - 1$

B. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t+1}{t^2+1}$

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5-x^2+7}{2-x^2}$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2-3x+4}{3x^2-1}$

2. A arrecadação mundial total pela exibição de um filme de grande sucesso de bilheteria é aproximada pela função

$$T(x) = \frac{120x^2}{x^2 + 4}$$

Onde $T(x)$ é medido em milhões de dólares e x é o número de meses do filme em cartaz.

A. Qual é arrecadação de bilheteria após o primeiro mês de lançamento? E após o terceiro mês?

B. Qual será a arrecadação do filme a longo prazo?

3. Uma grande corporação está construindo um complexo de casas, escritórios, lojas, escolas e igrejas em uma área de 4.325 acres na comunidade rural de Glen Cove. Os

planejadores estimaram que, devido a este projeto, a população de Glen Cove (em milhares) daqui a t anos será de

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125t + 200}{t^2 + 5t + 40}$$

- A. Qual é a população atual de Glen Cove?
- B. Qual será a população de Glen Cove a longo prazo?

LIMITES FUNDAMENTAIS

- Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
- Mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{x} = 0$.
- Calcule os seguintes limites, aplicando os limites fundamentais:
 - A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{x}$
 - B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$
 - C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{x}$
 - D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{x}$

CONTINUIDADE

- Investigue a continuidade nos pontos indicados:
 - A. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x^2-4}, & x \neq 2 \\ 3, & \text{se } x = 2 \end{cases}$ em $x = 2$.
 - B. $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } x < 1 \\ 1 - |x|, & \text{se } x > 1 \\ 1, & \text{se } x = 1 \end{cases}$
- Determine, se existirem, os valores de x , nos quais a função $f(x)$ não é contínua.
 - A. $f(x) = \frac{1 + \cos x}{3 + \sin x}$
 - B. $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x, & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 1, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$
- Calcule p de modo que a função abaixo seja contínua.
 - A. $f(x) = \begin{cases} x + 2p, & x \leq -1 \\ p^2, & x > -1 \end{cases}$
- A função que fornece o custo de certo bem é definida por

$$C(x) = \begin{cases} 5x, & \text{se } 0 < x < 10 \\ 4x, & \text{se } 10 \leq x < 30 \\ 3,5x, & \text{se } 30 \leq x < 60 \end{cases}$$

Onde x é o peso total do bem vendido e $C(x)$ é medido em dólares. Esboce o gráfico da função C e determine os valores de x para os quais a função C é descontínua.

TEOREMA DO VALOR INTERMEDIÁRIO

1. Seja $y = f(x)$ uma função contínua, definida no intervalo $[a,b]$, onde $f(a) < 0$ e $f(b) > 0$. Pede-se:
 - A. Faça um esboço do gráfico desta função.
 - B. Argumente se esta função possui raiz no intervalo $[a,b]$.

2. Joana está olhando para a frente de um apartamento a 32 pés do solo. Um menino joga uma bola de tênis para cima na lateral do prédio onde Joana está. Suponha que a altura em relação ao solo da bola (medida em pés) no instante t seja de $h(t) = 4 + 64t - 16t^2$.
 - A. Mostre que $h(0) = 4$ e $h(2) = 68$.
 - B. Use o teorema do valor intermediário para concluir que a bola precisa cruzar a linha de visão de Joana.
 - C. Em quais instantes a bola cruza a linha de visão de Joana? Interprete os resultados.

3. A quantidade de oxigênio em um lago t dias após despejarem detritos orgânicos é de
$$f(t) = 100\left(\frac{t^2 + 10t + 100}{t^2 + 20t + 100}\right)$$
Por cento do nível original.
 - A. Mostre que $f(0) = 100$ e $f(10) = 75$.
 - B. Use o teorema do valor intermediário para concluir que houve um instante em que a quantidade de oxigênio no lago foi de 80%.
 - C. Em quais instantes a quantidade de oxigênio foi de 80%?